المراجعة النهائية

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM

أكمل

1. الوتران المتوازيان يحصران قوسان ...
2. قياس القوس الذي يساوي $\frac{1}{4}$ قياس الدائرة = ...
3. قياس القوس هو قياس الزاوية بينما طول القوس هو جزء من ...
4. قياس نصف الدائرة ... بينما طول نصف الدائرة ...
5. قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية ...
6. الزاوية المحيطية المرسومة من نصف الدائرة ...
7. قياس القوس المقابل لزاوية محيطية قياسها ٦٠° يساوي ...
8. طول القوس المقابل لزاوية محيطية قياسها ٩٠° في دائرة محيطها ٦٠ سم = ...
9. الزوايا المحيطية التي تحصر نفس القوس من الدائرة ...
10. قياس الزاوية الخارجة عند أي رأس من رؤوس الشكل الرباعي الدائري تساوي ...
11. إذا كان الشكل الرباعي دائرياً فإن كل زاويتين متقابلتين فيه ...
12. يكون الشكل الرباعي دائرياً إذا وجدت نقطة من المستوى تبعد عن كل رأس من رؤوسه ...
13. قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس الزاوية ...
14. المماسان المرسومان من نهايتي وتر في دائرة ...
15. المماسان المرسومان من نهايتي قطر في دائرة ...
16. القطعتان المماستان المرسومتان لدائرة من نقطة خارجها ...
17. مركز الدائرة الداخلة لأي مثلث هو نقطة تقاطع ...
18. مجموع قياسي الزاويتين من الشكل الرباعي الدائري ...
19. قياس الزاوية المماسية يساوي قياس ...
20. القوسان المحصوران بين وتر ومماس يوازيه من الدائرة ...
21. دائرة محيطها ٣٦ سم فإن قياس قوس منها طوله ٦ سم يكون ...
22. قوس من دائرة طوله $\frac{1}{3}\pi$ نق فإنه يقابل زاوية مركزية قياسها ...
23. مساحة المربع الذي طول قطره ٤ $\sqrt{2}$ سم = ... سم²
24. منصفات الزوايا الداخلة للمثلث تتقاطع في نقطة واحدة هي ...
25. قياس نصف الدائرة التي طول نصف قطرها نق = ...

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM

(٢٦) في الشكل الرباعي الدائري أ ب جـ د إذا كان: ق(ب) = ٣٠° فإن ق(د) = ...

(٢٧) الدائرة الداخلة للمثلث هي الدائرة التي .... الأضلاع من الداخل

(٢٨) إذا كان أ ب جـ د شكلاً رباعياً دائرياً فيه ق(ب) = ½ ق(د) فإن ق(ب) = ...

(٢٩) إذا رسم المربع أ ب جـ د داخل دائرة م فإن: ق(أ م ب) = ...

(٣٠) إذا كان أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان للدائرة م تمسانها من نقطتي ب ، جـ فإن: $\overleftrightarrow{أم}$ يكون محور تماثل لـ ....

(٣١) الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أصغر من الدائرة ....

(٣٢) قياس الزاوية المحيطية يساوي .... المقابل لها

(٣٣) يمكن رسم دائرة تمر برؤوس .... [مستطيل ، معين ، متوازي أضلاع ، شبه منحرف قائم]

(٣٤) عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرتين متباعدتين ....

(٣٥) طول القوس الذي يمثل نصف دائرة = ... [½ π نق ، π نق ، ١٨٠° ، ٩٠°]

(٣٦) مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تقاطع ....

(٣٧) قياس الزاوية المركزية .... قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس

(٣٨) الزاوية المحيطية المرسومة من نصف دائرة تكون ....

(٣٩) قياس الزاوية المحيطية المرسومة من ربع دائرة ....

(٤٠) قياس الزاوية المحصورة بين مماس لدائرة ووتر فيها يساوي .... القوس المحصور بين ضلعيها

(٤١) النسبة بين قياس الزاوية المحيطية إلى قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس هي .... [١:٢ ، ١:٢ ، ١:١ ، ١:٣]

(٤٢) قياس الزاوية المحيطية المرسومة في ½ دائرة يساوي ....

(٤٣) إذا كان أ ب ، أ جـ قطعتين مماستين للدائرة م عند ب ، جـ فإن $\overleftrightarrow{أم}$ محور ....

(٤٤) عدد المماسات المرسومة لدائرة من نقطة خارجها = ...

(٤٥) كل الآتية تقع رؤوسها على دائرة واحدة ما عدا ....
[المستطيل ، المربع ، المثلث ، متوازي الأضلاع]

(٤٦) أ ب جـ د شكل رباعي دائري فيه ق(أ) = ق(جـ) = ٢ ق(ب) فإن ق(ب) = ...

(٤٧) الزاوية المركزية التي قياسها ٢٤٠° تقابل قوساً طوله = ... محيط الدائرة

(٤٨) القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة ....

(٤٩) قوس من دائرة طوله ½ π نق سم فإنه يقابل زاوية مركزية قياسها ....

(٥٠) أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل دائرة واحدة فإن: ق(أ م ب) = ...°

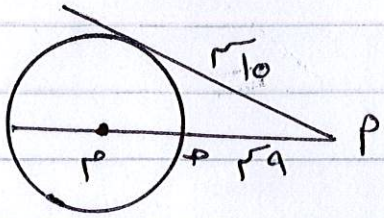
مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM

٥١ إذا تساوى قياسا قوسين في دائرة فإن وترين لهما ....

٥٢ دائرة محيطها ٤٠ سم يكون طول القوس المقابل لزاوية مركزية قياسها ٤٥° = ...

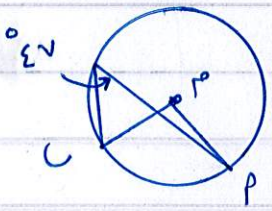
٥٣ ....

إختر الإجابة الصحيحة :-



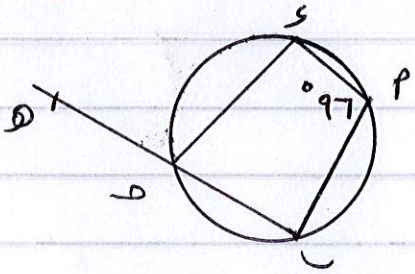
١ طول نصف قطر الدائرة م = ... سم

[٥ ، ٨ ، ١٠ ، ١٦]



٢ ق(أ م̂ ب) = ص + ١٠

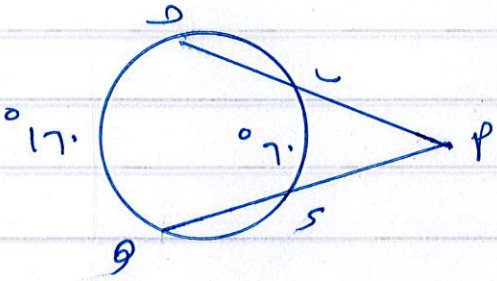
فإن قيمة ص = ... [٤٣° ، ٤٧° ، ٩٤° ، ٨٤°]



٣ من الشكل المقابل :

ق(ء د̂ هـ) = ص - ٢٤

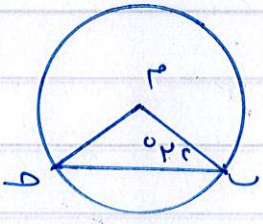
فإن : ص = ...



٤ من الشكل المقابل :

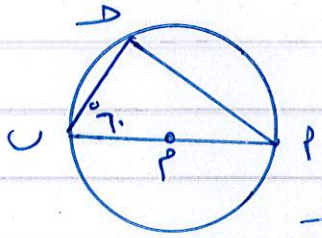
ق(ب̂ ء) = ٦٠° ، ق(د̂ هـ) = ١٦٠° فإن

ق(أ̂) = ... [٥٠° ، ٦٠° ، ١١٠° ، ١٦٠°]



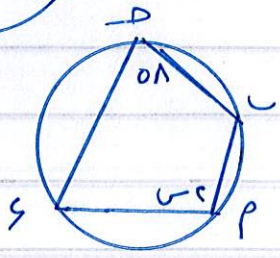
٥ من الشكل المقابل :

ق(ب̂ د) = ... [١٦ ، ٢٢ ، ٦٤ ، ١١٦]



٦ من الشكل المقابل : دائرة م ، أ ب قطر فيها فإذا كان :

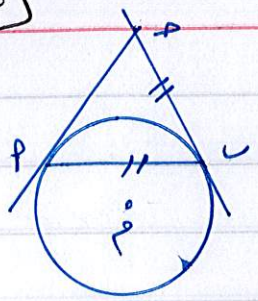
ق(ب̂) = ٦٠° ، ب د = ٣ سم فإن طول قطر الدائرة = ...



٧ من الشكل المقابل : ق(د̂) = ٥٨° ، ق(أ̂) = ٢س°

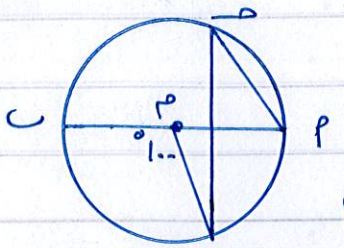
فإن قيمة س = ... [٥٨° ، ٢٢° ، ١١٩° ، ٦١°]

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM



(٨) من الشكل المقابل: هـ ب ، هـ أ مماسان للدائرة م

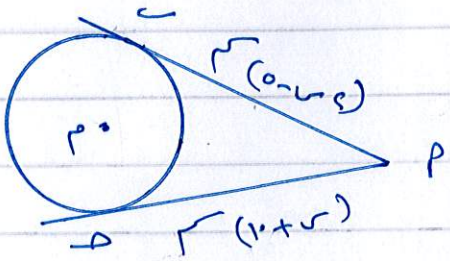
هـ ب = ب أ فإن: ق(هـ̂) = ... [٦٠°، ٣٠°، ٩٠°، غير ذلك]



(٩) من الشكل المقابل: دائرة مركزها م

، ق(ع م̂ب) = ١٠٠°

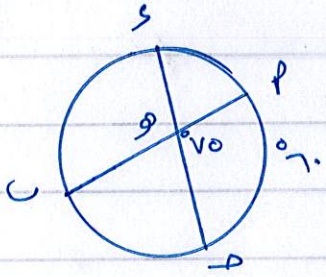
فإن: ق(أ هـ̂ ع) = ... ° [٥٠، ٢٠، ٤٠، ٨٠]



(١٠) من الشكل المقابل: أب ، أهـ مماسان للدائرة عند ب ، هـ

، أب = (٢س - ٥) سم ، أهـ = (س + ١٠) سم

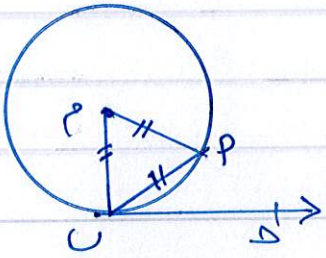
فإن س = ... سم [٥، ١٥، ١٠، ٢,٥]



(١١) من الشكل المقابل: ق(أ هـ̂ هـ) = ٧٥°

ق(أ ع̂) = ٦٠° فإن ق(ب ع̂) = ...

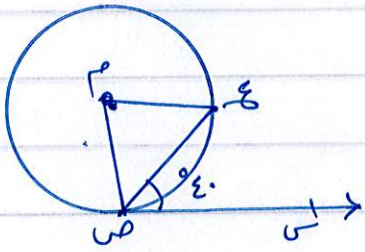
[٩٠، ٢٠، ١٥، ١٠]



(١٢) من الشكل المقابل:

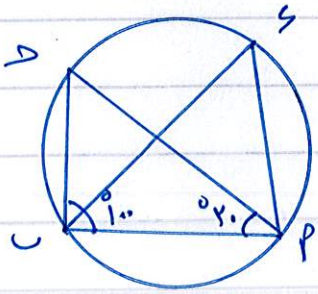
ب هـ مماس للدائرة م

فإن: ق(أ ب̂ هـ) = ... °



(١٣) من الشكل المقابل: إذا كانت م دائرة ، ص س مماس للدائرة عند ص ، ق(س ص̂ ع) = ٤٠°

فإن ق(ص م̂ ع) = ... [٢٠°، ٤٠°، ٨٠°، ١٠٠°]

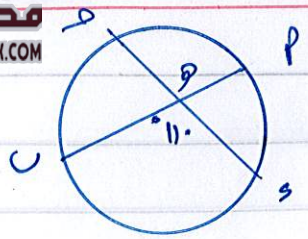


(١٤) من الشكل المقابل:

إذا كان: ق(أ ب̂ هـ) = ١٠٠° ، ق(ب أ̂ هـ) = ٣٠°

فإن ق(أ هـ̂ ب) = ...

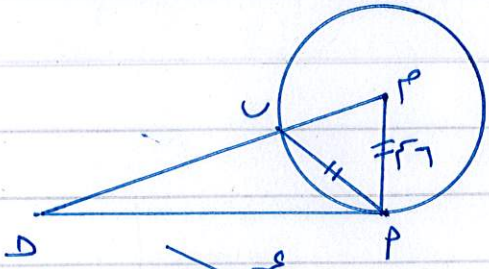
مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM



(١٥) من الشكل المقابل:

ق(أجـ) + ق(ءجـ) = ... °

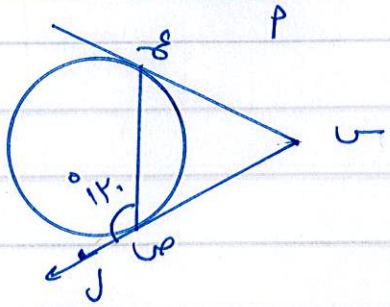
، ق(أجـ) + ق(جـ ب) = ... °



(١٦) من الشكل المقابل: جـ هـ مماس للدائرة م عند أ

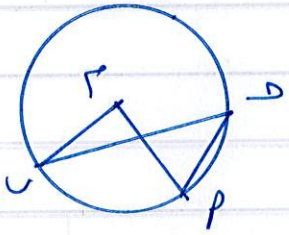
، م أ = أ ب = جـ م فإن ق(جـ) = ... °

، أ جـ = ...



(١٧) من الشكل المقابل: س ص ، س هـ مماسان للدائرة عند ص ، هـ ، ق(∠ص هـ) = ١٣٠°

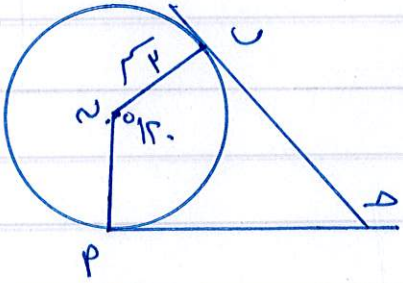
فإن ق(س) = ... [٥٠ ، ٦٥ ، ٨٠ ، ١٠٠]



(١٨) من الشكل المقابل: دائرة مركزها م ،

ق(جـ) + ق(أ م ب) = ٩٠°

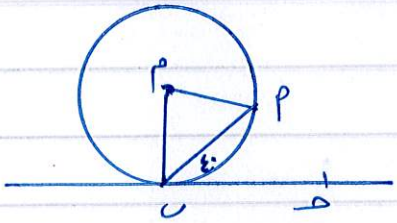
فإن: ق(جـ) = ...



(١٩) من الشكل المقابل: دائرة طول نصف قطرها ٢ سم

، أجـ ، جـ ب مماسان لها فإذا كان: ق(أ ن ب) = ١٢٠°

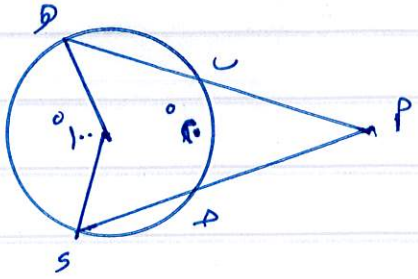
فإن: ن جـ = ... سم



(٢٠) من الشكل المقابل: م دائرة ، أ ب مماس للدائرة عند ب

ق(أ ب جـ) = ٤٠° ، ق(م) = ٣س − ١٠°

فإن قيمة س = ... [٤٠ ، ٨٠ ، ٣٠ ، ٢٠]

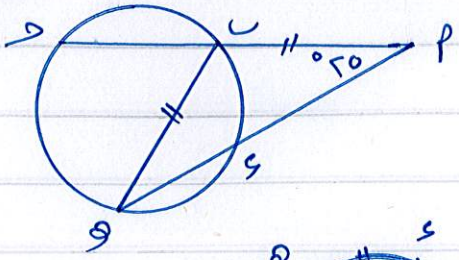


(٢١) من الشكل المقابل: أ نقطة خارج الدائرة م

ق(ب جـ) = ٢٠° ، ق(ء م هـ) = ١٠٠°

فإن ق(أ) = ... [٤٠° ، ٨٠° ، ٢٥° ، ٢٠°]

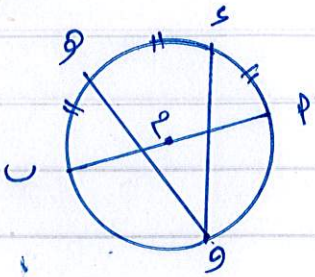
مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM



(٢٢) من الشكل المقابل: أب = ب هـ

ق(هـ أ̂ د) = ٢٥°

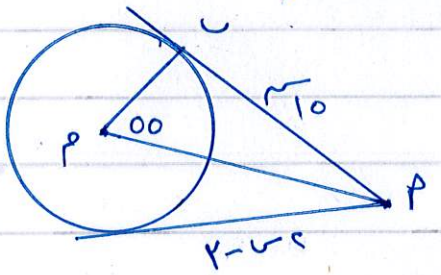
فإن ق(د هـ̂) = ... [٢٥°، ٥٠°، ٧٥°، ١٠٠°]



(٢٣) أب قطر في الدائرة م، فإذا كان:

ق(أ ج̂) = ق(ج هـ̂) = ق(هـ ب̂)

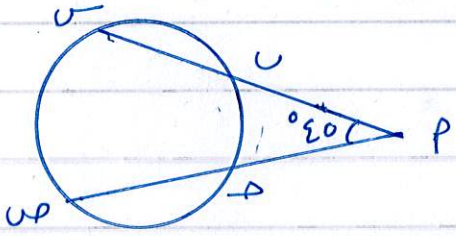
فإن: ق(ج و̂ هـ) = ... [٢٥، ٦٠، ٣٠، ٤٥]



(٢٤) أب، أجـ مماسان للدائرة م، ق(ب م̂ أ) = ٥٥°

فإن ق(م أ̂ جـ) = ...

، إذا كان أب = ١٥سم، أ جـ = (٢س - ٢)سم فإن س = ...



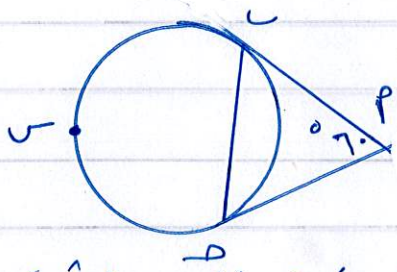
(٢٥) من الشكل المقابل: إذا كان: ق(س أ̂ ص) = ٤٥° فإن

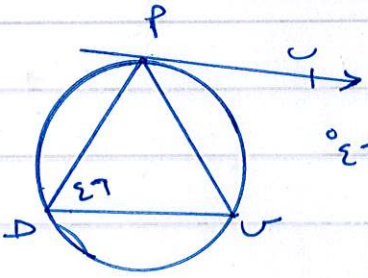
ق(س ص̂) - ق(ب جـ̂) = ...

(٢٦) من الشكل المقابل:

ق(ب س هـ̂) = ...

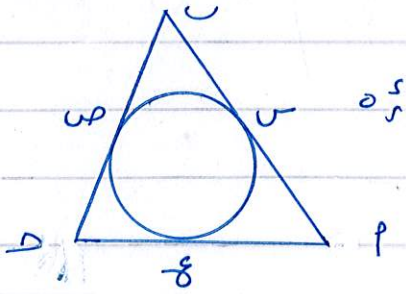
[٦٠، ٢٤، ٩٠، ١٢٠]





(٢٧) من الشكل المقابل: أب مماس للدائرة عند أ وكان ق(أ جـ̂ س) = ٤٦°

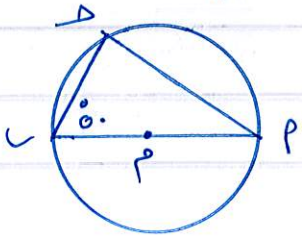
فإن ق(ب أ̂ س) = ... [٤٢، ٢٣، ٩٢، ٤٦°]



(٢٨) من الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث مرسوم خارج دائرة

أ س = ٤سم، ب ص = ٢سم، جـ ع = ٢سم

فإن محيط Δ أ ب جـ = ...

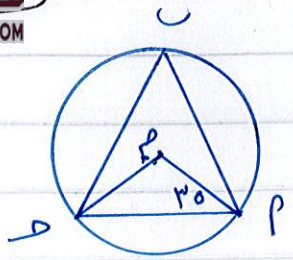


(٢٩) أب قطر في الدائرة م، ق(أ جـ̂) = ٥٠°

فإن: ق(ب جـ̂) = ... [٤٠°، ٥٠°، ٨٠°، ١٠٠°]

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM

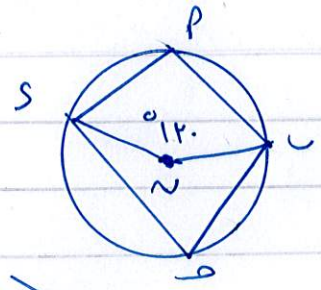
(٣٠) من الشكل المقابل :



م دائرة ق(أ م̂ جـ) = ٣٥°

فإن ق(أ ب̂ جـ) = ... [٧٠° ، ٥٥° ، ٢٥° ، ٥٠°]

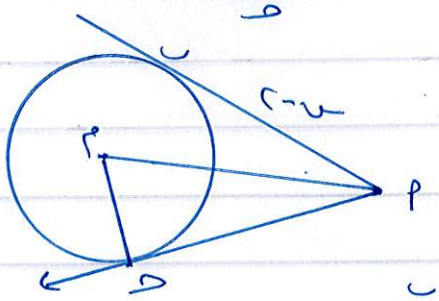
(٣١) أ ب جـ د رباعي مرسوم داخل دائرة مركزها ن فإذا كان :



ق(ب ن̂ د) = ١٣٠° فإن ق(ب أ̂ د) = ... °

[٥٠° ، ١٢٠° ، ٦٥° ، ١١٥°]

(٣٢) من الشكل المقابل

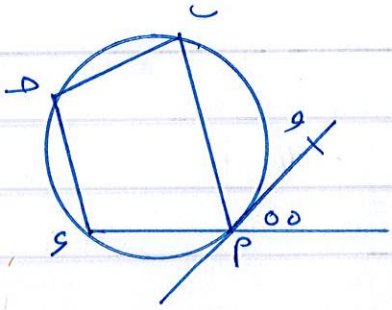


أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة م فإذا كان :

أ م = ٥ سم ، م جـ = ٣ سم ، أ ب = (س-٢) سم

فإن س = ... [٣ ، ٤ ، ٦ ، ٥]

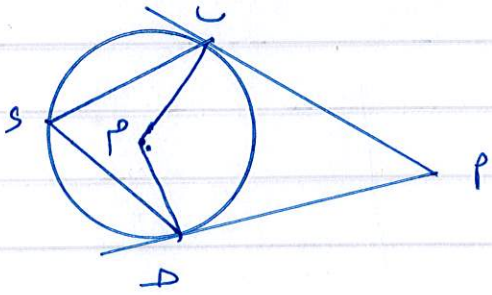
(٣٣) هـ ∈ د جـ ، أ و̂ ينصف د ب̂ هـ



ق(هـ أ̂ و) = ٥٥°

فإن : ق(ب ج̂ د) = ... [٥٥° ، ١٠٠° ، ١١٠° ، ١٢٠°]

(٣٤) من الشكل المقابل :

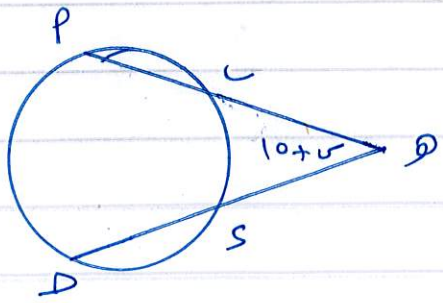


أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة م عند ب ، جـ

ق(ب أ̂ جـ) = ٤٠°

فإن ق(ب د̂ جـ) = ...

(٣٥) من الشكل المقابل :



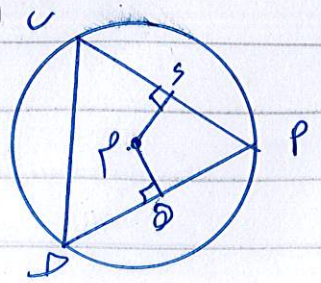
إذا كان ق(أ̂) = ١٠٠°

ق(د̂) = ٤٠°

فإن س = ...

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM

[١] في الشكل المقابل:



أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة مركزها م ، $\overline{م ع} \perp \overline{أ جـ}$

، $\overline{م هـ} \perp \overline{أ ب}$. اثبت أن: $\overline{ع هـ} \parallel \overline{ب جـ}$

وإذا كان ب جـ = ٨ سم أوجد ع هـ

الحل ∵ $\overline{م ع} \perp \overline{أ ب}$ ∴ ع منتصف $\overline{أ ب}$

∵ $\overline{م هـ} \perp \overline{أ جـ}$ ∴ هـ منتصف $\overline{أ جـ}$

في △ أ ب جـ ∵ ع منتصف $\overline{أ ب}$ ، هـ منتصف $\overline{أ جـ}$

∴ $\overline{ع هـ} \parallel \overline{ب جـ}$ (أولاً)

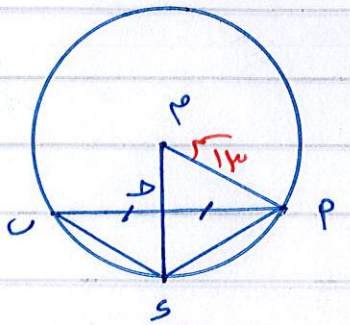
، ع هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ ∴ ع هـ = $\frac{1}{2} \times ٨ = ٤$ سم (ثانياً)

[٢] في الشكل المقابل: دائرة مركزها م وطول نصف قطرها ١٣ سم

أ ب وتر فيها طوله ٢٤ سم ، هـ منتصف $\overline{أ ب}$

رسم $\overline{م جـ}$ فقطع الدائرة في ع أوجد

أولاً: طول $\overline{م جـ}$ ثانياً: م (△ أ ع ب)



الحل ∵ هـ منتصف $\overline{أ ب}$ ∴ أ هـ = $\frac{٢٤}{٢}$ = ١٢ سم

في الدائرة م ∵ هـ منتصف $\overline{أ ب}$ ∴ $\overline{م هـ} \perp \overline{أ ب}$

في △ م م هـ القائم في هـ

(م هـ)^2 = (م م)^2 − (أ هـ)^2 = (١٣)^2 − (١٢)^2 = ٢٥

∴ م هـ = ٥ سم

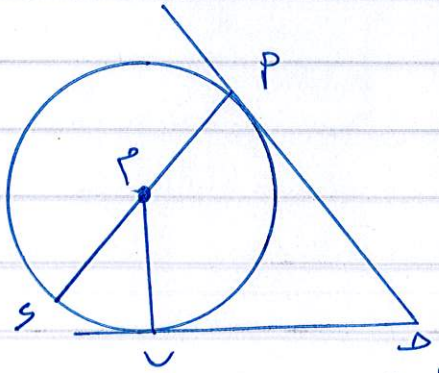
∴ هـ ع = م ع − م هـ = ١٣ − ٥ = ٨ سم

∴ م △ أ ع ب = $\frac{1}{2}$ × أ ب × ع هـ = $\frac{1}{2}$ × ٢٤ × ٨ = ٩٦ سم^2

أ/ أحمد عمر

[٣] في الشكل المقابل: $\overline{أ ب}$ قطر في دائرة مركزها م ، $\overleftarrow{جـ أ}$ ، $\overleftarrow{جـ ب}$

مماسان للدائرة عند أ ، ب اثبت أن: ق(∠ ع أ ب) = ق(∠ أ جـ ب)



الحل ∵ $\overleftarrow{جـ أ}$ مماس للدائرة عند أ ∴ $\overline{م أ} \perp \overleftarrow{جـ أ}$

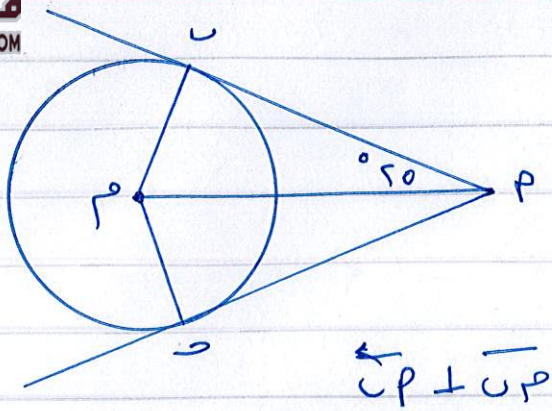
∵ $\overleftarrow{جـ ب}$ مماس للدائرة عند ب ∴ $\overline{م ب} \perp \overleftarrow{جـ ب}$

∴ ق(∠ جـ أ م) + ق(∠ جـ ب م) = ٩٠ + ٩٠ = ١٨٠°

وهما متقابلتان ∴ الشكل أ جـ ب م رباعي دائري

∴ ق(∠ ع أ ب) = ق(∠ أ جـ ب) خارجه عن الرباعي الدائري

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM



(٤) من الشكل المقابل :

$\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{أد}$ مماسان للدائرة م عند ب ، د

ق(ب أ̂ م) = ٢٥°

أولاً : اثبت أن $\overleftarrow{أم}$ ينصف ∠ ب م د

ثانياً : أوجد ق(ب م̂ د)

الحل ∵ $\overleftarrow{أب}$ مماس للدائرة م عند ب ∴ $\overline{مب} \perp \overleftarrow{أب}$

∵ $\overleftarrow{أد}$ مماس للدائرة م عند د ∴ $\overline{مد} \perp \overleftarrow{أد}$

△ أ ب م ، △ أ د م

فيهما { ق(أ ب̂ م) = ق(أ د̂ م) = ٩٠°
ب م = د م = نق
$\overline{أم}$ ضلع مشترك }

∴ △ أ ب م ≡ △ أ د م

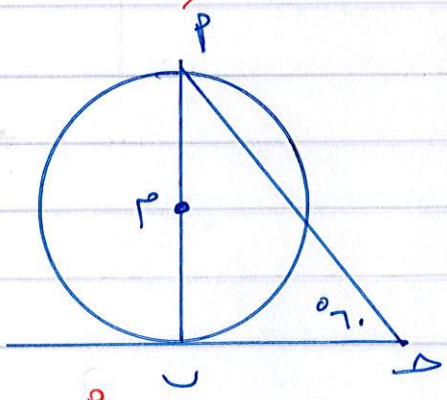
ويستنتج من التطابق أن ق(أ م̂ ب) = ق(أ م̂ د)

∴ $\overleftarrow{أم}$ ينصف ∠ ب م د (أولاً)

في △ أ ب م القائم في ب ⇐ ق(أ م̂ ب) = ١٨٠ − (٩٠ + ٢٥) = ٦٥°

∴ ق(ب م̂ د) = ٢ ق(أ م̂ ب) = ٢ × ٦٥° = ١٣٠°

أ/ أحمد عمر



(٥) من الشكل المقابل : دائرة م محيطها ٤٤ سم ، $\overline{أب}$ قطر فيها

$\overleftrightarrow{بد}$ مماس للدائرة عند ب ، ق(د̂) = ٦٠°

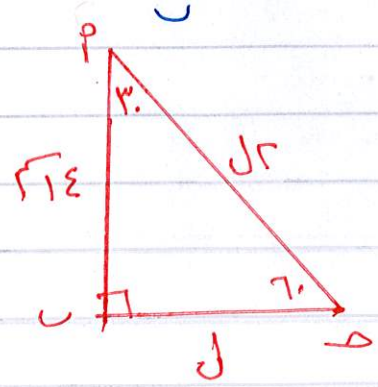
أوجد طول $\overline{بد}$ ($\pi \simeq \frac{٢٢}{٧}$)

الحل ∵ $\overleftrightarrow{بد}$ مماس للدائرة عند ب ∴ $\overline{أب} \perp \overleftrightarrow{بد}$

∵ محيط الدائرة = ٤٤ سم

∴ ٢ π نق = ٤٤ ∴ نق = $\frac{٤٤}{٢ \times \frac{٢٢}{٧}}$ = ٧ سم

∴ أ ب = ٢ نق = ١٤ سم



في △ أ ب د القائم في ب ∴ ق(أ̂) = ٣٠°

∴ ب د = $\frac{1}{2}$ أ د (مقابل للزاوية ٣٠°)

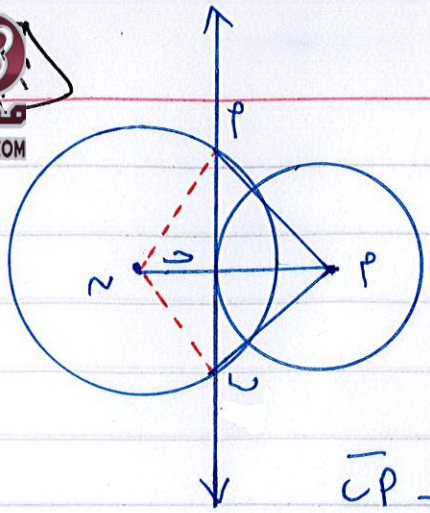
∴ (أ د)² − (ب د)² = (أ ب)²

(٢ل)² − ل² = ١٩٦

∴ ٤ل² − ل² = ١٩٦ ∴ ٣ل² = ١٩٦ ÷ ٣ ∴ ل² = $\frac{١٩٦}{٣}$

∴ ل = $\sqrt{\frac{١٩٦}{٣}}$ = $\frac{١٤\sqrt{٣}}{٣}$ سم

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM



(٦) في الشكل المقابل: م، ن دائرتان متقاطعتان في أ، ب، $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ مماس للدائرة م عند حـ يقطع الدائرة ن في أ، ب. اثبت أن:

أولاً: حـ أ = حـ ب ثانياً: م أ = م ب

الحل: العمل: نصل $\overline{\text{أن}}$ ، $\overline{\text{ن ب}}$

∵ $\overline{\text{أب}}$ مماس للدائرة م عند حـ ∴ $\overline{\text{م حـ}} \perp \overline{\text{أب}}$

$\Delta\Delta$ أ حـ ن ، ب حـ ن فيهما:
- أن = ب ن = أ ن لأنه
- $\overline{\text{ن حـ}}$ ضلع مشترك
- ق(∠أ حـ ن) = ق(∠ن حـ ب) = ٩٠°

∴ يتطابق $\Delta\Delta$

∴ حـ أ = حـ ب

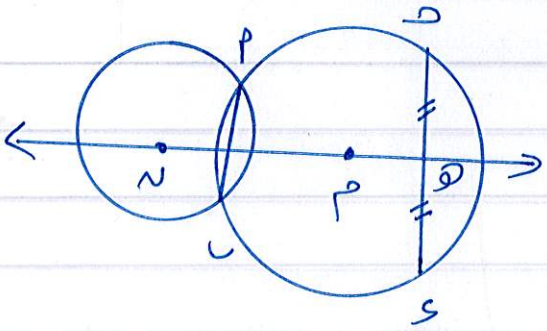
أ/ أحمد عمر

$\Delta\Delta$ م أ حـ ، م ب حـ فيهما:
- أ حـ = حـ ب
- $\overline{\text{م حـ}}$ ضلع مشترك
- ق(∠أ حـ م) = ق(∠ب حـ م) = ٩٠°

∴ يتطابق المثلثان وينتج أن: م أ = م ب

---

(٧) في الشكل المقابل: م، ن دائرتان متقاطعتان في أ، ب، $\overline{\text{حـ د}}$ وتر في الدائرة م، $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ يقطع $\overline{\text{حـ د}}$ في هـ، إذا كان هـ منتصف $\overline{\text{حـ د}}$ اثبت أن: $\overline{\text{أب}} \parallel \overline{\text{حـ د}}$



الحل

∵ م، ن دائرتان متقاطعتان في أ، ب

∴ $\overleftrightarrow{\text{م ن}} \perp \overline{\text{أب}}$ ... (١)

، ∵ هـ منتصف $\overline{\text{حـ د}}$

∴ $\overleftrightarrow{\text{م هـ}} \perp \overline{\text{حـ د}}$ ... (٢)

من (١)، (٢)

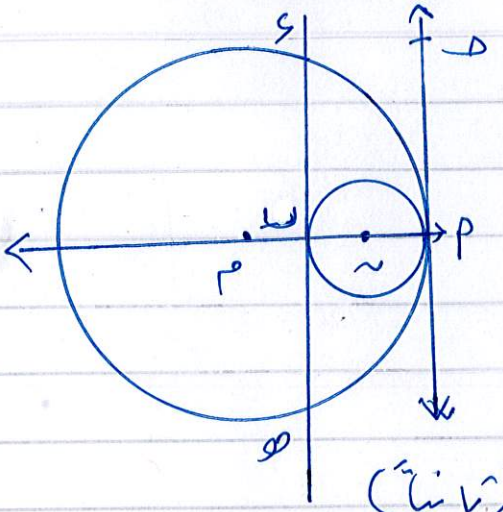
∴ $\overline{\text{أب}} \perp \overleftrightarrow{\text{م ن}}$ ، $\overline{\text{حـ د}} \perp \overleftrightarrow{\text{م ن}}$

∴ $\overline{\text{أب}} \parallel \overline{\text{حـ د}}$ (العمود يا على ثالث متوازيان)

MB مدرس بوك WWW.MODRSBOOK.COM

٨) م ، ن دائرتان متماستان من الداخل عند أ ، الدائرة م أكبر من الدائرة ن ، رسم $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماساً مشتركاً للدائرتين ، ورسم $\overleftrightarrow{نم}$ فقطع الدائرة ن في ب ، ورسم $\overleftrightarrow{بد}$ مماساً للدائرة ن فقطع م في د ، هـ اثبت أن

أولاً: $\overleftrightarrow{أجـ} \parallel \overleftrightarrow{بد}$ ثانياً: بد = بهـ



الحل

∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة ن ، ب

$\overline{أجـ}$ ، $\overline{هـب}$ مماسان لها عند أ ، ب

∴ $\overleftrightarrow{أجـ} \parallel \overleftrightarrow{بد}$ ... (أولاً)

∵ $\overline{هـب}$ مماس للدائرة ن عند ب

∴ $\overleftrightarrow{أب} \perp \overline{هـب}$

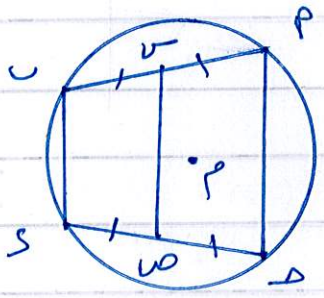
∵ $\overline{هـب}$ وتر في الدائرة م ، $\overline{أب} \perp \overline{هـب}$

∴ ب منتصف $\overline{هـب}$ ∴ بد = بهـ ... (ثانياً)

أ/ أحمد عمر

٩) في الشكل المقابل: $\overline{أب}$ ، $\overline{جـد}$ وتران متساويان في الدائرة م ، س ، ص منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{جـد}$: اثبت أن

أولاً: $\overline{أجـ} \parallel \overline{بد}$ ثانياً: ق(∠بس ص) = ق(∠دص س)



الحل ∵ أب = جـد ∴ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ق($\overset{\frown}{جـد}$)

بإضافة ق($\overset{\frown}{بد}$) للطرفين

∴ ق($\overset{\frown}{أبد}$) = ق($\overset{\frown}{جـدب}$)

∴ ق(∠جـ) = ق(∠أ) ... ① محيطيتان تحصران $\overset{\frown}{أد}$ ، $\overset{\frown}{بجـ}$

∵ أبجـد رباعي دائري

∴ ق(∠أ) + ق(∠جـ) = ١٨٠° ... ② (متقابلتان)

من ① ، ② ∴ ق(∠جـ) + ق(∠جـ) = ١٨٠° وهما في وضع تداخل

∴ $\overline{أجـ} \parallel \overline{بد}$ ... (أولاً)

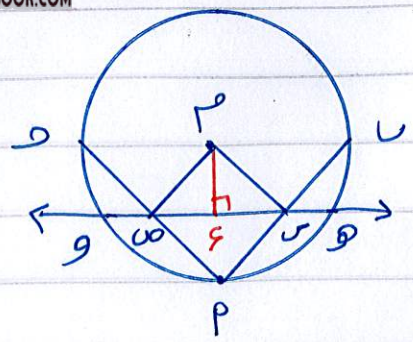
∴ ق(∠بس ص) = ق(∠أ) ... ③ بالتناظر

، ق(∠دص س) = ق(∠جـ) ... ④ بالتناظر

من ① ، ③ ، ④ ∴ ق(∠بس ص) = ق(∠دص س)

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM

١٠ من الشكل المقابل: $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ وتران متساويان في الطول في الدائرة م ، س ، ص منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ، رسم $\overleftrightarrow{سص}$ فقطع الدائرة في هـ ، و



اثبت أن: س هـ = ص و

الحل: س منتصف $\overline{أب}$ ، ص منتصف $\overline{أجـ}$

∴ $\overline{مس} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{مص} \perp \overline{أجـ}$

∵ أب = أجـ ∴ مس = مص

نرسم $\overleftrightarrow{مع} \perp \overleftrightarrow{هـو}$

△ مس ع ، △ مص ع

فيهما:
- مس = مص
- $\overline{مع}$ ضلع مشترك
- ق(∠ مسع) = ق(∠ مصع) = ٩٠°

∴ △ مس ع ≡ △ مص ع

∴ ع س = ع ص ... (١)

∵ $\overleftrightarrow{مع} \perp \overleftrightarrow{هـو}$ ∴ ع منتصف $\overline{هـو}$ ∴ هـ ع = ع و ... (٢)

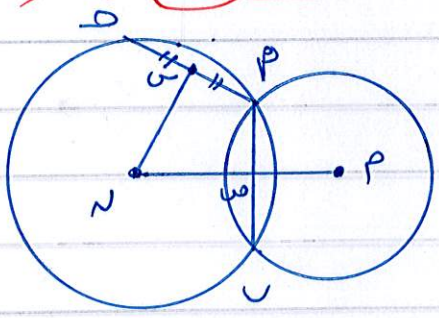
بطرح (١) من (٢) ∴ هـ س = ص و

#

أ/ أحمد عمر

١١ من الشكل المقابل: م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

$\overleftrightarrow{من} \cap \overline{أب} = \{ص\}$ ، أب = أجـ ، س منتصف $\overline{أجـ}$



اثبت أن: ن ص = ن س

الحل: ∵ م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

∴ $\overleftrightarrow{من} \perp \overline{أب}$ ∴ $\overline{نص} \perp \overline{أب}$ ... (١)

، ∵ س منتصف $\overline{أجـ}$ ∴ $\overline{نس} \perp \overline{أجـ}$ ... (٢)

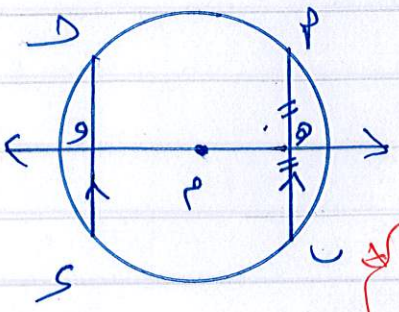
∵ أب = أجـ ... (٣) (وتر = وتر في الدائرة ن)

من (١) ، (٢) ، (٣) ∴ ن ص = ن س (بعد = بعد)

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM

١٣

١٢ الدائرة م فيها أب ، جـ د وتران متوازيان ، هـ منتصف أب ، رسم $\overleftrightarrow{هـ م}$ فقطع جـ د في و . اثبت أن و جـ = و د



الحل ∵ هـ منتصف أب ∴ $\overleftrightarrow{م هـ}$ ⊥ أب

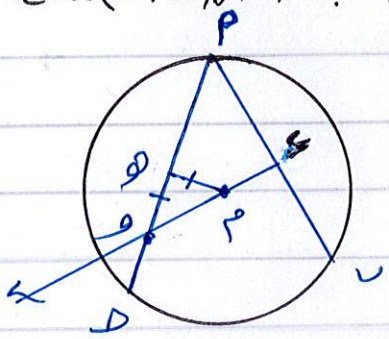
، ∵ أب // جـ د ∴ $\overleftrightarrow{م هـ}$ ⊥ جـ د

∵ $\overleftrightarrow{م و}$ ⊥ جـ د ∴ و منتصف جـ د

∴ جـ و = و د

أ/ أحمد عمر

١٣ الدائرة م فيها أب ، جـ د وتران متوازيان ، هـ منتصف أب ، أ جـ على الترتيب رسم $\overleftrightarrow{هـ م}$ فقطع $\overleftrightarrow{أ جـ}$ في و بحيث كان م هـ = هـ و . اثبت أن ق(∠ب أ جـ) = ٤٥°



الحل ∵ جـ منتصف أ م ، هـ منتصف أ جـ

∴ م جـ ⊥ أب ، م هـ ⊥ أ جـ

∴ ق(∠أ جـ م) + ق(∠أ هـ م) = ٩٠ + ٩٠ = ١٨٠°

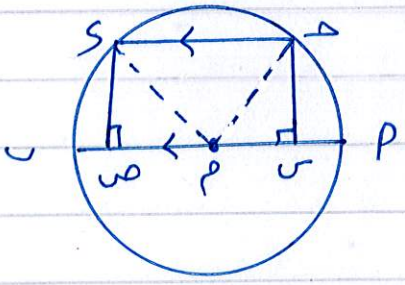
وهما متقابلتان ∴ الشكل أ جـ م هـ رباعي دائري

في Δ م هـ و القائم في هـ

∵ م هـ = هـ و ∴ ق(∠هـ م و) = ق(∠م و هـ) = $\frac{١٨٠ - ٩٠}{٢}$ = ٤٥°

∵ جـ هـ م و خارجة من الرباعي الدائري ∴ ق(∠ب أ جـ) = ٤٥°

١٤ أب قطر في دائرة م ، رسم الوتر جـ د // أب ، رسم جـ س ⊥ أب ، د ص ⊥ أب . اثبت أن: أ س = ص ب



الحل ∵ جـ د ⊥ أب ، د ص ⊥ أب

∴ جـ س // د ص

∵ جـ د // س ص ، ق(∠جـ س ص) = ٩٠°

∴ الشكل جـ س ص د مستطيل

نصل : م جـ ، م د

Δ Δ جـ س م ، د ص م فيهما { م جـ = م د = نق ، جـ س = ص د ، ق(∠جـ س م) = ق(∠د ص م) = ٩٠° } (من خواص المستطيل)

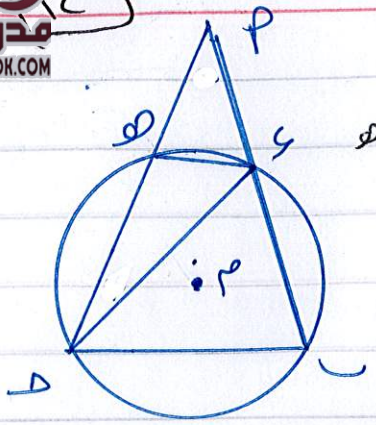
∴ Δ جـ س م ≡ Δ د ص م وينتج من التطابق أن

م س = م ص ... ①

∵ م أ = م ب = نق ... ② بطرح ① من ②

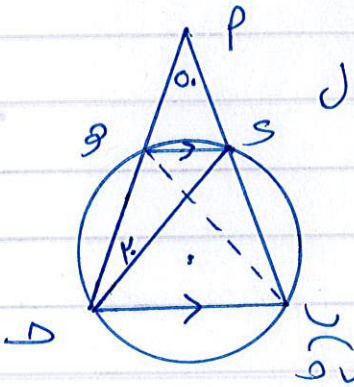
∴ أ س = ب ص

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM



(١٥) من الشكل المقابل : أ ب جـ مثلث فيه : أ ب = أ جـ
ب جـ وترض الدائرة م ، أ ب ، أ جـ يقطعها في الدائرة من ء ، هـ على الترتيب
اثبت أن : ب جـ // ء هـ
وإذا كان ق(ء جـ أ) = ٣٠° ، ق(أ) = ٥٠° أوجد
أولاً: ق(ب هـ جـ) ثانياً: ق(ب ء جـ) ثالثاً: ق(جـ ء هـ)

الحل في △ أ ب جـ ∵ أ ب = أ جـ
∴ ق(ب) = ق(جـ)
∴ ق(ء هـ جـ) = ق(ب ء هـ) بحذف ق(ء هـ) من الطرفين
∴ ق(ب ء) = ق(هـ جـ)



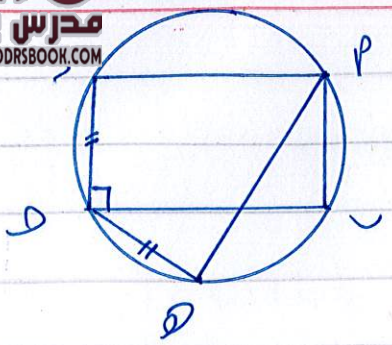
∴ ق(ب ء جـ) = ق(هـ ء جـ) وهما في وضع تبادل
∴ ب جـ // ء هـ ... (أولاً)
∵ د ب ء جـ خارجة عن △ أ ء جـ
∴ ق(ب ء جـ) = ٥٠ + ٣٠ = ٨٠°
∴ ق(ب هـ جـ) = ق(ب ء جـ) = ٨٠° محيطيتان تحصران ب جـ
∴ ق(ب م جـ) = ٢ ق(ب هـ جـ) = ٢ × ٨٠ = ١٦٠° محيطية ومركزية تحصران ب جـ
∵ ق(ء هـ) = ٢ × ٣٠ = ٦٠° ، ق(ب جـ) = ١٦٠°
∴ ق(ب ء) = ق(جـ هـ) = [٣٦٠ − (١٦٠ + ٦٠)] ÷ ٢ = ٧٠°
∴ ق(جـ ء هـ) = ½ ق(جـ هـ) = ٣٥°

أ/ أحمد عمر

(١٦) أ ، ب نقطتان حيث أ ب = ٦ سم ، ارسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب بحيث يكون طول نصف قطرها ٥ سم ، ثم أوجد بعد مركز الدائرة عن أ ب

(١٧) ارسم الدائرة التي تمر برؤوس المثلث الذي فيه أ ب = ٣ سم
ب جـ = ٤ سم ، أ جـ = ٥ سم

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM



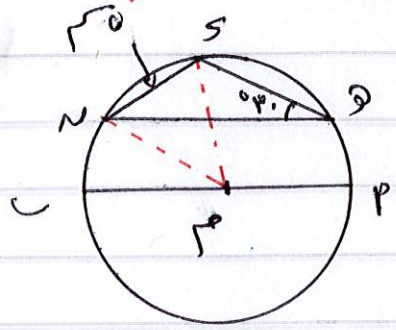
(١٨) من الشكل المقابل: أ ب جـ د مستطيل مرسوم داخل دائرة رسم الوتر جـ هـ بحيث: جـ هـ = جـ د أثبت أن: أ هـ = ب جـ

الحل ∵ أ ب جـ د مستطيل ∴ أ ب = جـ د

∴ ق(أ ب) = ق(جـ د) بإضافة ق(ب هـ) للطرفين

∴ ق(أ ب هـ) = ق(ب هـ جـ)

∴ أ هـ = ب جـ



(١٩) من الشكل المقابل: دائرة مركزها م، جـ ن = ٥ سم، ق(جـ هـ ن) = ٣٠° أوجد طول نصف قطر الدائرة م

الحل

نرسم م جـ ، م ن

ق(جـ م̂ ن) = ٢ ق(جـ هـ ن) = ٢ × ٣٠ = ٦٠°

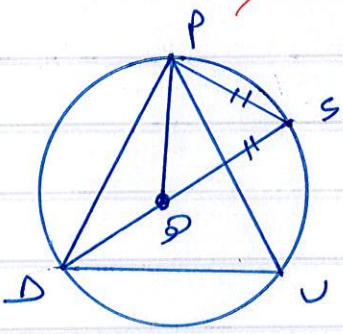
محيطية ومركزية تحصران جـ ن

من Δ جـ م ن ∵ جـ م = م ن = نق ، ق(جـ م̂ ن) = ٦٠°

∴ Δ جـ م ن متساوي الأضلاع

∴ نق = ٥ سم

أ/ أحمد عمر



(٢٠) من الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع، أ جـ = جـ هـ

أثبت أن Δ أ جـ هـ متساوي الأضلاع

الحل ∵ Δ أ ب جـ متساوي الأضلاع

∴ ق(ب) = ٦٠°

∴ ق(أ د̂ جـ) = ق(أ ب̂ جـ) = ٦٠° محيطيتان تحصران أ جـ

في Δ أ جـ هـ

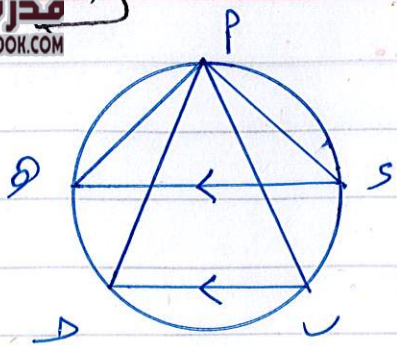
∵ أ جـ = جـ هـ ، ق(جـ̂) = ٦٠°

∴ Δ أ جـ هـ متساوي الأضلاع

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM

٦

٢١ في الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة ،
د هـ // ب جـ



أثبت أن: ق(د أ̂ هـ) = ق(ب أ̂ هـ)

الحل: ∵ د هـ // ب جـ

∴ ق(ب د̂) = ق(جـ هـ̂)

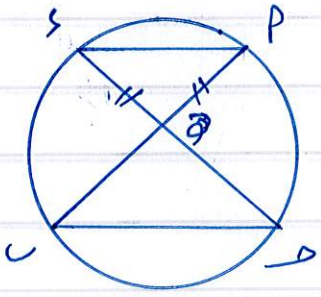
بإضافة ق(ب جـ̂) للطرفين

∴ ق(د ب جـ̂) = ق(ب جـ هـ̂)

∴ ق(د أ̂ جـ) = ق(ب أ̂ هـ)

أ/ أحمد محمد

٢٢ في الشكل المقابل: أ ب ∩ جـ د = {هـ}



هـ أ = هـ د أثبت أن: هـ ب = هـ جـ

الحل: في △ أ هـ د ∵ أ هـ = هـ د

∴ ق(أ̂) = ق(د̂) ... ①

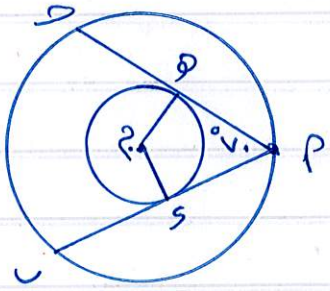
∵ ق(أ̂) = ق(جـ̂) ... ② محيطيتان تحصران ب د

، ق(ب̂) = ق(د̂) ... ③ محيطيتان تحصران أ جـ

من ① ، ② / ③ ∴ ق(ب̂) = ق(جـ̂)

في △ هـ ب جـ ∵ ق(ب̂) = ق(جـ̂) ∴ هـ ب = هـ جـ

٢٣ في الشكل المقابل: دائرتان متحدتا المركز في م ،



أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان للدائرة الصغرى ، ق(أ̂) = ٧٠°

أولاً: أوجد ق(د م̂ هـ) ثانياً: أثبت أن: أ ب = أ جـ

الحل: ∵ أ جـ مماس للدائرة الصغرى عند هـ ∴ م هـ ⊥ أ جـ

∵ أ ب مماس للدائرة الصغرى عند د ∴ م د ⊥ أ ب

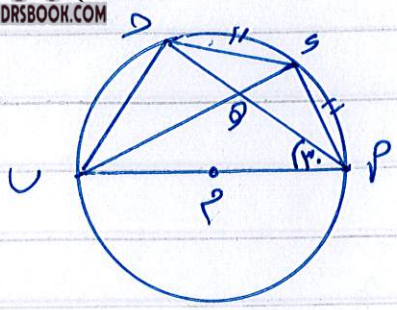
∴ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق(هـ م̂ د) = ٣٦٠ − (٧٠ + ٩٠ + ٩٠) = ١١٠° (أولاً)

∵ م هـ ⊥ أ جـ ، م د ⊥ أ ب ، م د = م هـ = نق (بعد = بعد)

∴ أ ب = أ جـ (وتر = وتر)

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM



(٢٤) من الشكل المقابل: $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، د ∈ الدائرة
ق(∠ هـ أ ب) = ٣٠° ، ء منتصف $\widehat{أد}$ ، $\overline{ء ب} \cap \overline{أد} = \{هـ\}$

أولاً: أوجد ق(∠ ب ء د) ، ق(∠ أ ب ء)

ثانياً: أثبت أن Δ أ ب هـ متساوي الساقين

الحل

ق(∠ ب ء د) = ق(∠ ب أ د) = ٣٠° محيطيتان تحصران $\widehat{بد}$ ... (أولاً)

∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ∴ ق($\widehat{أب}$) = ١٨٠°

∴ ق(∠ ب م د) = ٢ ق(∠ د أ ب) = ٢ × ٣٠ = ٦٠°

∴ ق($\widehat{أء}$) = ق($\widehat{ء د}$) = (١٨٠ − ٦٠) ÷ ٢ = ٦٠°

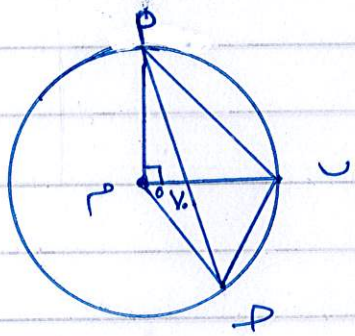
∴ ق(∠ أ ب ء) = ½ ق($\widehat{أء}$) = ٣٠° (ثانياً)

في Δ أ هـ ب ∵ ق(∠ هـ أ ب) = ق(∠ هـ ب أ) = ٣٠°

∴ أ هـ = هـ ب ∴ Δ أ ب هـ متساوي الساقين

(٢٥) أ ب د مثلث مرسوم داخل دائرة م بحيث ق(∠ أ م ب) = ٩٠° ، ق(∠ ب م د) = ٧٠°

أوجد قياسات زوايا Δ أ ب د



الحل ق(∠ ب أ د) = ½ ق(∠ ب م د) = ٣٥°

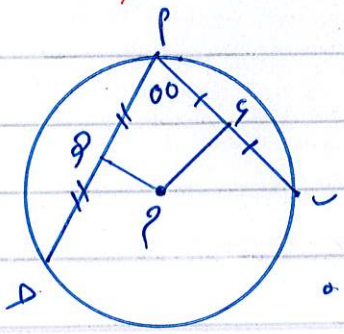
محيطية ومركزية تحصران $\widehat{بد}$

ق(∠ ب د م) = ½ ق(∠ ب م أ) = ٤٥°

محيطية ومركزية تحصران $\widehat{أب}$

∴ ق(∠ أ ب د) = ١٨٠ − (٤٥ + ٣٥) = ١٠٠°

(٢٦) من الشكل المقابل: $\overline{أب}$ ، $\overline{أد}$ وتران في الدائرة م ،
ء منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أد}$ ، ق(∠ ب أ د) = ٥٥° ، أوجد ق(∠ ء م هـ)



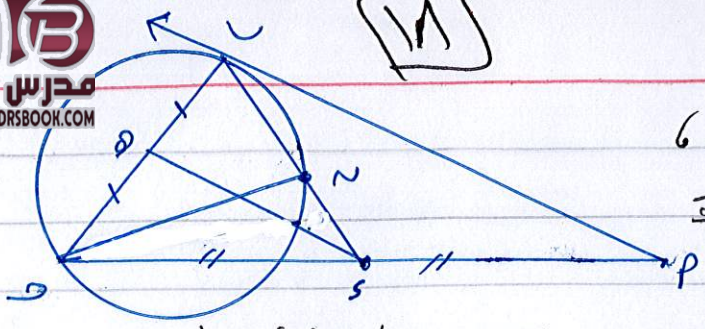
الحل ∵ ء منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{م ء} \perp \overline{أب}$

∵ هـ منتصف $\overline{أد}$ ∴ $\overline{م هـ} \perp \overline{أد}$

∴ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق(∠ ء م هـ) = ١٨٠ − (٩٠ + ٩٠ + ٥٥) = ١٢٥°

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM



(٢٧) في الشكل المقابل: $\overleftarrow{أب}$ مماس للدائرة م ، $\overline{أجـ}$ قاطع لها ، ء منتصف $\overline{أجـ}$ ، هـ منتصف $\overline{بجـ}$ ، $\overline{بد}$ قطر في الدائرة م = {ن} ، اثبت أن:

① $\overline{أب}$ // $\overline{ءهـ}$ ② النقط ن ، ء ، د ، هـ تمر بها دائرة واحدة

الحل: في $\triangle$ أ ب جـ ∵ ء منتصف $\overline{أجـ}$ ، هـ منتصف $\overline{بجـ}$

∴ $\overline{ءهـ}$ // $\overline{أب}$ (١ ، ٢)

∴ ق(∠ب أ ء) = ق(∠ء هـ جـ) ... ① بالتبادل

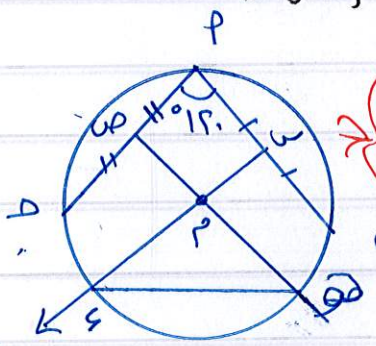
، ∵ $\overleftarrow{أب}$ مماس للدائرة م ∴ ق(∠أ ن ب) = ق(∠ب د ن) ... ② محيطية ومحصورة

من ① ، ② ∴ ق(∠ن ء هـ) = ق(∠ن د هـ)

وهما مرسومتان على $\overline{نهـ}$ وفي جهة واحدة منها ∴ ن ء د هـ رباعي دائري

(٢٨) $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ وتران في دائرة مركزها م ، ق(∠ب أ جـ) = ١٢٠° ، س ، ص منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ، رسم $\overleftarrow{سم}$ فقطع الدائرة في ء ، رسم $\overleftarrow{صم}$ فقطع الدائرة في هـ

اثبت أن: ء هـ = نق



الحل: ∵ س منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{مس}$ ⊥ $\overline{أب}$

∵ ص منتصف $\overline{أجـ}$ ∴ $\overline{مص}$ ⊥ $\overline{أجـ}$

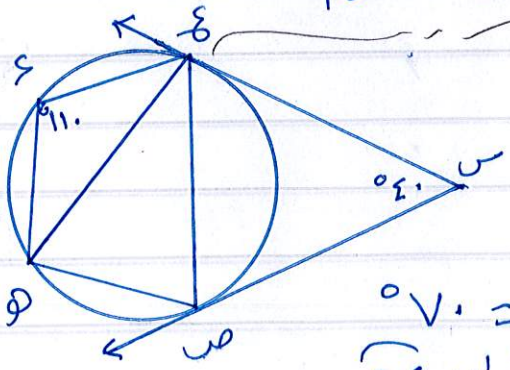
∴ ق(∠س م ص) = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ١٢٠) = ٦٠°

∴ ق(∠هـ م ء) = ق(∠س م ص) = ٦٠° بالتقابل بالرأس

∵ م ء = م هـ = نق ، ق(∠س م ص) = ٦٠°

∴ $\triangle$ م هـ ء متساوي الأضلاع ∴ ء هـ = نق

(٢٩) في الشكل المقابل: اثبت أن ق(∠ء هـ ص) = ق(∠ء ص)



∵ $\overleftarrow{سء}$ ، $\overleftarrow{سص}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ء ، ص

∴ س ء = س ص

∴ ق(∠س ء ص) = ق(∠س ص ء) = (١٨٠ − ٤٠) ÷ ٢ = ٧٠°

∴ ق(∠ء هـ ص) = ق(∠س ء ص) = ٧٠° محيطية ومحصورة $\overset{\frown}{ءص}$

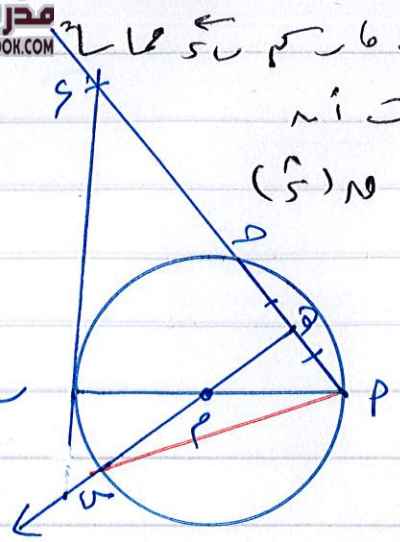
∵ ء ص هـ ء رباعي دائري ∴ ق(∠ء ص هـ) = ١٨٠ − ١١٠ = ٧٠°

∵ ق(∠ء ص هـ) = ق(∠ء هـ ص) = ٧٠° ∴ ق($\overset{\frown}{ءهـ}$) = ق($\overset{\frown}{ءص}$)

MB مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM

٣٠ أب قطر في دائرة م ، أجـ وترفيها ، هـ منتصف أجـ ، ب جـ مماس للدائرة يقطع أجـ في ء ، ب جـ = هـ جـ فقطع الدائرة في س أثبت أن

① الشكل م هـ ء س رباعي دائري ② ق(ب أ̂ س) = ق(ء̂)



الحل ∵ هـ منتصف أجـ ∴ م هـ ⊥ أجـ

∵ ب جـ مماس للدائرة م عند ب ∴ ب م ⊥ ب جـ

∴ ق(ء هـ̂ م) + ق(ء ب̂ م) = ٩٠ + ٩٠ = ١٨٠°

وهما متقابلتان ∴ الشكل م هـ ء ب رباعي دائري

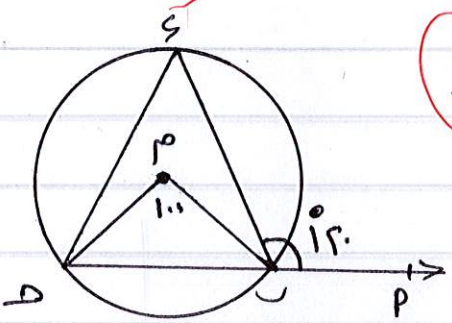
∴ الشكل م هـ ء ب رباعي دائري

∴ ق(ب م̂ س) = ق(ء̂) خارجه عن الرباعي الدائري ... ①

∴ ق(ب م̂ س) = ٢ ق(ب أ̂ س) ... ② مركزية ومحيطية تحصران ب س

من ① ، ② ∴ ٢ق(ب أ̂ س) = ق(ء̂)

٣١ أوجد بالبرهان: ق(ء جـ̂ ب)



أ/ أحمد عمر

الحل

ق(ء̂) = ½ ق(ب م̂ جـ) = ٥٠°

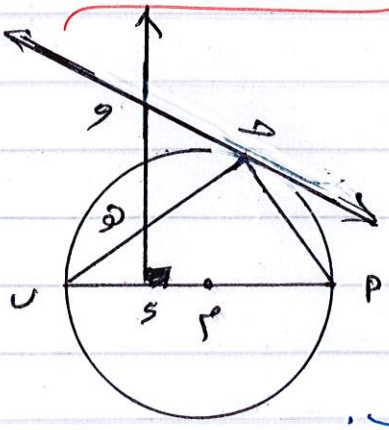
محيطية ومركزية تحصران ب جـ

∴ ∠أ ب ء خارجه عن Δ ء ب جـ

∴ ق(ء جـ̂ ب) = ١٢٠ − ٥٠ = ٧٠°

٣٢ في الشكل المقابل أثبت أن ① الشكل أ ء هـ جـ رباعي دائري

② و هـ = و جـ



الحل ∵ أب قطر في الدائرة م

∴ ق(أ جـ̂ ب) = ٩٠° محيطية مرسومة في نصف دائرة

∴ ق(أ جـ̂ هـ) + ق(أ ء̂ هـ) = ٩٠ + ٩٠ = ١٨٠°

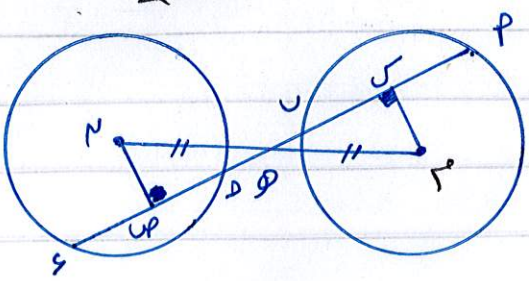
وهما متقابلتان ∴ الشكل أ ء هـ جـ رباعي دائري.

∵ الشكل أ ء هـ جـ رباعي دائري ∴ ق(و هـ̂ جـ) = ق(أ̂) ... ① خارجه

، ∵ جـ و مماس ∴ ق(و جـ̂ ب) = ق(أ̂) مماسية ومحيطية ... ②

من ① ، ② ∴ ق(و جـ̂ هـ) = ق(و هـ̂ جـ) ∴ و هـ = و جـ #

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM



(٣٣) في الشكل المقابل: دائرتان متطابقتان ومتباعدتان، $\overline{\text{م س}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ن ص}} \perp \overline{\text{جـ د}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{م ن}}$ أثبت أن أ ب = جـ د

الحل

$\triangle$ هـ م س ، $\triangle$ هـ ن ص

فيهما: م هـ = ن هـ

ق(م س هـ) = ق(ن ص هـ) = ٩٠°

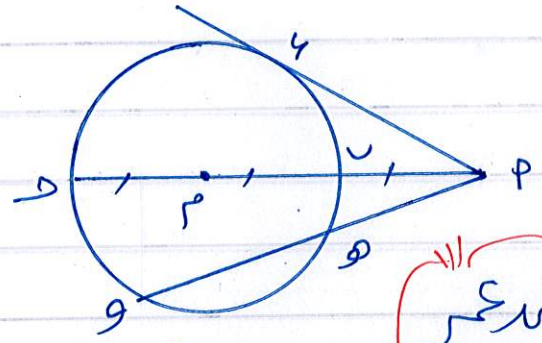
ق(م هـ س) = ق(ن هـ ص)

∴ $\triangle$ هـ م س ≡ $\triangle$ هـ ن ص وينتج من التطابق أن

وينتج م س = م ص

∵ $\overline{\text{م س}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ن ص}} \perp \overline{\text{جـ د}}$ ، م ، ن دائرتان متطابقتان

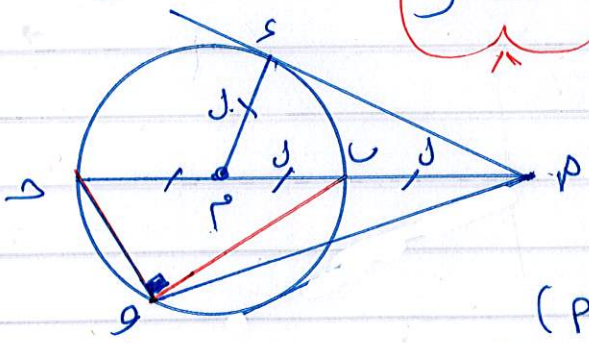
∴ أ ب = جـ د



(٣٤) في الشكل المقابل: م دائرة نصف قطرها ٣ سم، $\overline{\text{أ جـ}}$ مماس لها عند جـ رسم $\overline{\text{أ م}}$ ، $\overline{\text{أ هـ}}$ يقطعان الدائرة في هـ ، و على الترتيب، ب منتصف $\overline{\text{أ م}}$

أثبت أن (١) أ و > أ جـ (٢) أ جـ = $\sqrt{٣}$ سم

الحل



أ / أحمد عمر

نصل $\overline{\text{و ب}}$ ، $\overline{\text{و جـ}}$

∵ $\overline{\text{ب جـ}}$ قطر ∴ ق(ب و̂ جـ) = ٩٠°

∴ ق(ب و̂ جـ) > ق(جـ̂)

∴ ق(أ و̂ جـ) > ق(جـ̂)

في $\triangle$ أ جـ و ∴ ق(أ و̂ جـ) > ق(و جـ̂ أ)

∴ أ جـ > أ و ... (أولاً)

نصل $\overline{\text{م جـ}}$ ∵ $\overline{\text{أ جـ}}$ مماس للدائرة عند جـ ∴ $\overline{\text{م جـ}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$

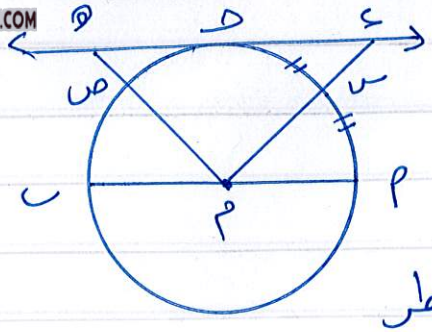
في $\triangle$ أ جـ م القائم في جـ ∴ (أ م)² − (م جـ)² = (أ جـ)²

∴ (أ جـ)² = (٢ل)² − ل² = ٤ل² − ل² = ٣ل²

∴ أ جـ = $\sqrt{٣ل^٢}$ = $\sqrt{٣}$ ل = $\sqrt{٣}$ سم

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM

(٣٥) من الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م ، $\overleftrightarrow{\text{ع هـ}}$ مماس لها عند د

أ ب // $\overleftrightarrow{\text{ع هـ}}$ ، س منتصف $\overset{\frown}{\text{أ د}}$ ،

ق($\overset{\frown}{\text{ب ص}}$) = ٢ ق($\overset{\frown}{\text{د ص}}$)

أوجد قياسات زوايا △ م ع هـ

الحل ∵ $\overleftrightarrow{\text{ع هـ}}$ مماس للدائرة ، $\overline{\text{ع هـ}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ ب}}$ قطر

∴ ق($\overset{\frown}{\text{أ د}}$) = ق($\overset{\frown}{\text{د ص}}$) = ١٨٠ ÷ ٢ = ٩٠°

∵ س منتصف $\overset{\frown}{\text{أ د}}$ ∴ ق($\overset{\frown}{\text{أ س}}$) = ٩٠ ÷ ٢ = ٤٥°

، ∵ ق($\overset{\frown}{\text{ب ص}}$) = ٢ ق($\overset{\frown}{\text{د ص}}$)

∴ ق($\overset{\frown}{\text{ب ص}}$) = $\frac{٢}{٣}$ × ٩٠° = ٦٠°

∴ ق(أ م̂ س) = ق($\overset{\frown}{\text{أ س}}$) = ٤٥° ، ق(ص م̂ ب) = ق($\overset{\frown}{\text{ب ص}}$) = ٦٠°

∵ $\overline{\text{ع هـ}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$

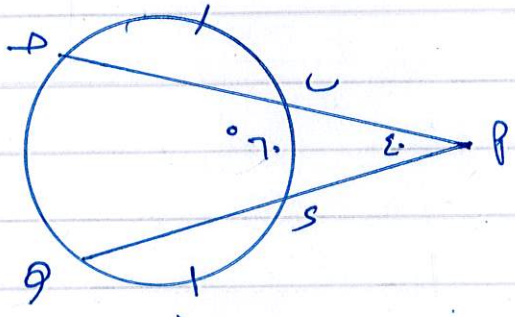
∴ ق(ع̂) = ق(أ م̂ ع) = ٤٥° بالتبادل

، ق(هـ̂) = ق(هـ م̂ ب) = ٦٠° بالتبادل

∴ ق(ع م̂ هـ) = ١٨٠ − (٤٥ + ٦٠) = ٧٥°

أ/ أحمد عمر

(٣٦) من الشكل المقابل: ق(أ̂) = ٤٠° ، ق($\overset{\frown}{\text{ب ع}}$) = ٦٠°



ق($\overset{\frown}{\text{ب هـ}}$) = ق($\overset{\frown}{\text{ع هـ}}$) أوجد بالبرهان

ق($\overset{\frown}{\text{هـ د}}$) ، ق($\overset{\frown}{\text{ب د}}$)

الحل ∵ $\overleftrightarrow{\text{د أ}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{هـ ع}}$ = {أ}

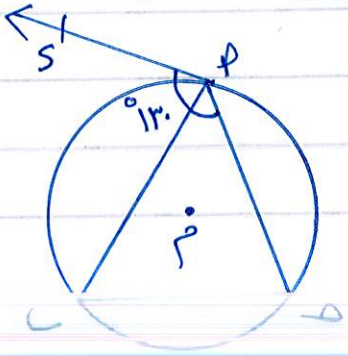
ق(أ̂) = $\frac{١}{٢}$ [ق($\overset{\frown}{\text{د هـ}}$) − ق($\overset{\frown}{\text{ب ع}}$)]

∴ ق($\overset{\frown}{\text{د هـ}}$) = ٢ ق(أ̂) + ق($\overset{\frown}{\text{ب ع}}$) = ٨٠ + ٦٠ = ١٤٠°

∵ قياس الدائرة = ٣٦٠°

∴ ق($\overset{\frown}{\text{ب د}}$) = ق($\overset{\frown}{\text{ع هـ}}$) = $\frac{٣٦٠ - (١٤٠ + ٦٠)}{٢}$ = $\frac{٣٦٠ - ٢٠٠}{٢}$ = ٨٠°

(٣٧)



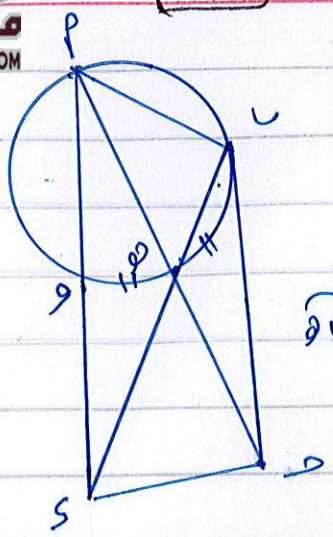
$\overleftrightarrow{\text{أ ع}}$ مماس للدائرة م عند أ أوجد بالبرهان ق(ب̂)

الحل ق($\overset{\frown}{\text{أ ب د}}$) = ٢ ق(ع أ̂ د) = ٢ × ١٣٠ = ٢٦٠° (محيطية)

∴ ق($\overset{\frown}{\text{أ د}}$) الأصغر = ٣٦٠ − ٢٦٠ = ١٠٠°

∴ ق(ب̂) = $\frac{١}{٢}$ ق($\overset{\frown}{\text{أ د}}$ الأصغر) = ٥٠° (محيطية)

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM



(٣٨) من الشكل المقابل: ب جـ تمس الدائرة عند ب
إذا كانت هـ منتصف ب و أثبت أن:
الشكل أ ب جـ د رباعي دائري

الحل ∵ ب جـ مماس للدائرة عند ب

∴ ق(جـ ب̂ هـ) = ق(ب أ̂ هـ) ... ① مماسية ومحيطية تحصران ب هـ

∵ هـ منتصف ب و ∴ ق(ب هـ) = ق(هـ و)

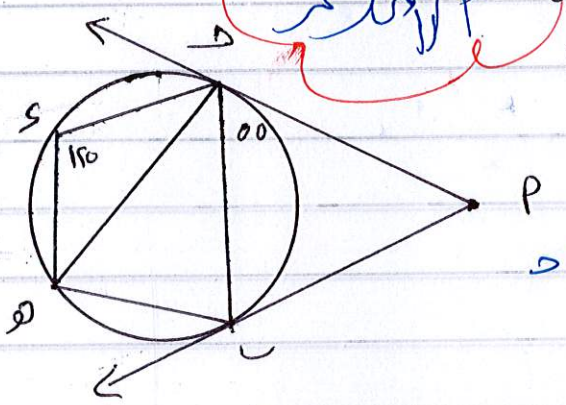
∴ ق(ب أ̂ هـ) = ق(هـ أ̂ و) ... ②

من ① ، ② ∴ ق(جـ ب̂ هـ) = ق(جـ أ̂ د)

وهما مرسومتان على جـ د وفي جهة واحدة منها ∴ الشكل أ ب جـ د رباعي دائري

أ/ أحمد عمر

(٣٩) من الشكل المقابل: أ ب ، أ جـ مماسين للدائرة عند ب ، جـ ، ق(أ ب̂ جـ) = ٥٥° ، ق(جـ د̂ هـ) = ١٢٥°



① أثبت أن: أ جـ // ب هـ ② أوجد ق(أ̂)

③ أثبت أن: هـ ب = هـ هـ

الحل ∵ أ ب ، أ جـ مماستان للدائرة عند ب ، جـ

∴ أ ب = أ جـ

∴ ق(أ ب̂ جـ) = ق(أ جـ̂ ب) = ٥٥°

∴ ق(أ̂) = ١٨٠ − (٥٥ + ٥٥) = ٧٠° ← (أولاً)

∵ ب هـ د جـ رباعي دائري

∴ ق(د̂) = ١٨٠ − ١٢٥ = ٥٥° (متقابلتان)

∴ ق(أ ب̂ جـ) = ق(جـ د̂ هـ) = ٥٥° وهما في وضع تبادل

∴ أ جـ // ب هـ ... (ثانياً)

∵ ق(جـ هـ̂ ب) = ق(أ جـ̂ ب) = ٥٥° مماسية ومحيطية تحصران ب جـ

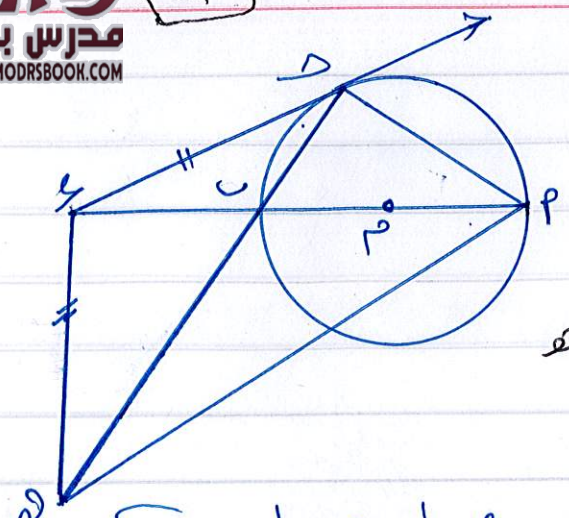
∴ ق(جـ د̂ هـ) = ق(جـ هـ̂ ب) = ٥٥°

∴ جـ ب = جـ هـ ... (ثالثاً)

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM

٢٣

٤) من الشكل المقابل



أب قطر في الدائرة م ، ب جـ = جـ هـ ، جـ د مماس للدائرة م عند جـ

اثبت أن :

① أ جـ د هـ شكل رباعي دائري

② أهـ قطر الدائرة الخارجة للشكل أ جـ د هـ

③ د هـ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، هـ

الحل

∵ د هـ مماس للدائرة عند جـ

∴ ق(∠ د جـ ب) = ق(∠ جـ أ ب) ... ① مماسية ومحيطية يحصران ب جـ

في Δ د هـ جـ ∵ د هـ = د جـ

∴ ق(∠ د جـ هـ) = ق(∠ د هـ جـ) ... ② من ① ، ②

∴ ق(∠ جـ أ د) = ق(∠ جـ هـ د)

وهما مرسومتان على جـ د ومن جهة واحدة منه

∴ الشكل أ جـ د هـ رباعي دائري ... (أولاً)

∵ أب قطر في الدائرة م ∴ ق(∠ أ جـ ب) = ٩٠°

∵ ق(∠ أ جـ هـ) = ٩٠° وهي مرسومة على أهـ

∴ أهـ قطر الدائرة الخارجة للشكل أ جـ د هـ ... (ثانياً)

∵ الشكل أ جـ د هـ رباعي دائري

∴ ق(∠ هـ أ د) = ق(∠ هـ جـ د) مرسومتان على هـ د ... ③

من ② ، ③

مدرس بوك
WWW.MODRSBOOK.COM

∴ ق(∠ د هـ جـ) = ق(∠ هـ أ د)

∴ د هـ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، هـ

مع أطيب الأمنيات

بالتفوق

أ/ أحمد عمر

للمزيد انضم لصفحتنا (المدرس بوك)
او موقعنا www.modrsbook.com